

Aufgabe 1: Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe einer Stammfunktion.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int_{-2}^2 (4x^5 + 2x^3) dx & \text{b)} \int_{-1}^4 \frac{2x^3 + 5x - 2}{x^2} dx & \text{c)} \int_1^3 \frac{x-8}{\sqrt{x}} dx \\ \text{d)} \int_{-2}^a (5x+2)^2 dx, a \in \mathbb{R} & \text{e)} \int_1^4 3e^{2x-1} dx & \text{f)} \int_{-1}^4 (x - \ln(x)) dx \end{array}$$

Aufgabe 2: Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = (x^2 - x - 2)e^{-x}$.

- a) Wie lauten die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen?
Bestimmen Sie mit Hilfe des Taschenrechners durch Einsetzen großer bzw. kleiner Werte das Verhalten des Graphen von f für $x \rightarrow \pm\infty$.
Untersuchen Sie die Funktion auf das Vorhandensein lokaler Extrema.
Zeichnen Sie den Graphen im Intervall $-1,5 \leq x \leq 4$.
- b) Die x -Achse und der Graph der Funktion f begrenzen eine Fläche vollständig. Ermitteln Sie den Inhalt dieser Fläche. Weisen Sie hierzu nach, dass die Funktion F mit $F(x) = -(x^2 + x - 1)e^{-x}$ eine Stammfunktion von f ist

Aufgabe 3: a) Gegeben seien die Funktion f mit $f(x) = x^3 + x^2$ und die Funktion g mit $g(x) = 4x + 4$. Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen im Intervall $[-3 ; 3]$ in ein Koordinatensystem.

Veranschaulichen Sie anschließend in Ihrer Skizze den Flächeninhalt, den die beiden Graphen von f und g vollständig einschließen.
Berechnen Sie den Flächeninhalt.

b) Sei f mit $f(x) = -x^2 + c$, $c \in \mathbb{R}$. Wie muss c gewählt werden, damit der Graph von f mit der x -Achse einen Flächeninhalt von $4 \cdot \sqrt{3}$ einschließt?

c) Eine zum Koordinatenursprung symmetrische Funktion dritten Grades hat an der Stelle -2 einen Tiefpunkt und schließt mit der 1 . Achse eine Fläche mit dem Flächeninhalt 18 ein.

Veranschaulichen Sie den Zusammenhang in einer Skizze. Ermitteln Sie anschließend den Funktionsterm der Funktion.

Aufgabe 4: Gegeben sei die Funktion $f(x) = x \cdot \ln(x)$.

- a) Führen Sie eine Funktionsuntersuchung in den folgenden Punkten durch:
Definitionsmenge, Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte
- b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion im Bereich $[0;4]$.
- c) Zeigen Sie: $F(x) = \frac{x^2}{2} \cdot \ln(x) - \frac{x^2}{4}$ ist eine Stammfunktion der Funktion f .

Berechnen Sie anschließend den Flächeninhalt, den der Graph der Funktion f mit der x -Achse im Bereich $[0,5 ; 4]$ einschließt.

Viel Erfolg!!!